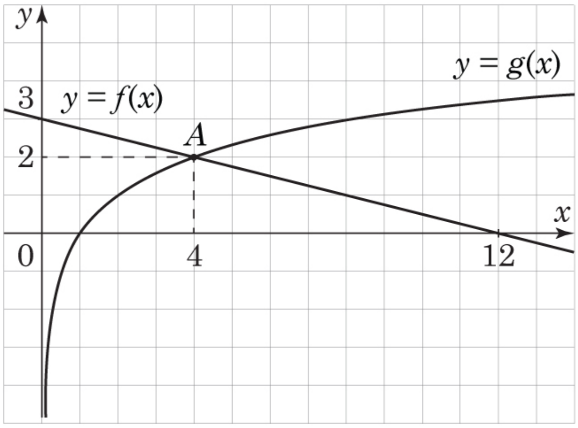
Пробне зовнішнє незалежне оцінювання 2020 року

Розв'язання завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю з математики

Завдання 33

Розв'язання.

1 і 2. Графіки функцій f і g зображено на рисунку.

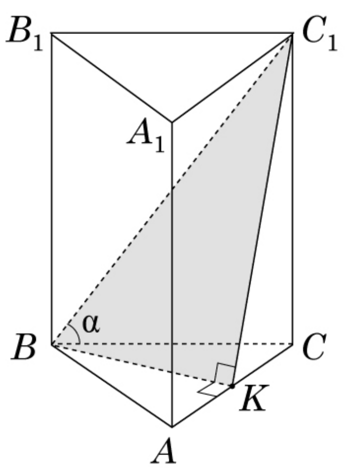


3. З рисунка видно, що графіки функцій f і g перетинаються в точці $A(4; 2)$.
4. З рисунка видно, що нерівність $f(x) \ge g(x)$ виконується для всіх $x \in (0; 4]$.

Завдання 34

Розв'язання.

1. Нехай $ABCA_1B_1C_1$ – правильна трикутна призма, основою якої є рівносторонній трикутник ABC (див. рисунок). BK– висота трикутника ABC, $CC_1 = H$ – висота заданої призми. Кутом між діагоналлю BC_1 бічної грані BB_1C_1C та площиною основи ABC призми є кут між прямою C_1B та її проекцією BC на цю площину. Отже, $\angle C_1BC = \alpha$.



Перерізом призми $ABCA_1B_1C_1$ площиною γ є трикутник BKC_1.

2. За умовою BK є висотою трикутника ABC, $BK \perp AC$. Оскільки $AA_1 \perp (ABC)$ як бічне ребро прямої призми, а $BK \in (ABC)$, то $BK \perp AA_1$. За наслідком з ознаки перпендикулярності прямої і площини $BK \perp (AA_1C_1)$, а оскільки $C_1K \in (AA_1C_1)$, то $BK \perp C_1K$. Отже, перерізом призми площиною γ є прямокутний трикутник BKC_1, у якому $\angle BKC_1 = 90°$.

3. Площу перерізу – прямокутного трикутника BKC_1 – шукатимемо за формулою $S_{\Delta BKC_1} = \frac{1}{2} BK \cdot KC_1$. Визначимо довжини відрізків BK і KC_1. З прямокутного трикутника BCC_1 отримуємо: $BC = \frac{CC_1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha}$.

З прямокутного трикутника BKC визначаємо:

$BK = BC \cdot \cos 30° = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$; $KC = BC \cdot \sin 30° = \frac{H}{2\operatorname{tg}\alpha}$.

За теоремою Піфагора для прямокутного трикутника KCC_1

$$KC_1 = \sqrt{CC_1^2 + KC^2} = \sqrt{H^2 + \left(\frac{H}{2\operatorname{tg}\alpha}\right)^2} = \frac{H}{2\operatorname{tg}\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}^2\alpha + 1}.$$

Тоді $S_{\Delta BKC_1} = \frac{1}{2} BK \cdot KC_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}H}{2\operatorname{tg}\alpha} \cdot \frac{H}{2\operatorname{tg}\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}^2\alpha + 1} = \frac{H^2}{8\operatorname{tg}^2\alpha}\sqrt{12\operatorname{tg}^2\alpha + 3}$.

Завдання 35

Розв’язання.

1. $x - \sqrt{x} - 2 = 0$; $\left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = -1, \\ \sqrt{x} = 2; \end{array}\right.$ $x = 4$ – корінь рівняння.

2. Задане рівняння рівносильне системі $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x - \sqrt{x} - 2 = 0, \\ a^2 - 16 = 0; \end{array}\right. \\ x \geq 0, \\ 2^x - a \neq 0, \end{cases}$ тобто $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 4, \\ a^2 - 16 = 0; \end{array}\right. \\ x \geq 0, \\ 2^x - a \neq 0. \end{cases}$

Розглянемо випадки:

1) $a = 4$, тоді $x \geq 0$ і $2^x - 4 \neq 0$, тобто $x \in [0; 2) \cup (2; +\infty)$ – множина коренів заданого рівняння;

2) $a = -4$, тоді $2^x + 4 \neq 0$ для всіх $x \in R$. У цьому випадку коренем заданого рівняння є всі значення $x \in [0; +\infty)$;

3) $a \neq -4$ та $a \neq 4$. Тоді $x = 4$ – корінь заданого рівняння, якщо $a \neq 2^4 = 16$. Якщо $a = 16$, то задане рівняння коренів не має.

Відповідь: 1. $x = 4$.

2. якщо $a \in (-\infty; -4) \cup (-4; 4) \cup (4; 16) \cup (16; +\infty)$, тоді $x = 4$;
якщо $a = -4$, тоді $x \in [0; +\infty)$;
якщо $a = 4$, тоді $x \in [0; 2) \cup (2; +\infty)$;
якщо $a = 16$, то задане рівняння коренів не має.